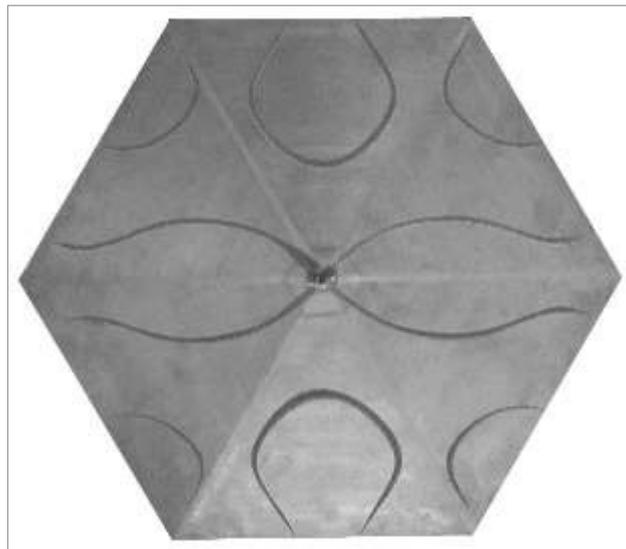


# Figuras de Chladni



Marcelo S. Petraglia

2009

- 1- Sobre E. Chladni e a descoberta das Figuras Vibratórias
- 2- Considerações sobre aspectos físicos e acústicos das figuras
- 3- Considerações sobre a apresentação didática do experimento
- 4- Instruções para a montagem das placas e execução das figuras
- 5- Imagens de figuras e suas respectivas frequências

# 1- Sobre Ernst Chladni e a descoberta das Figuras Vibratórias

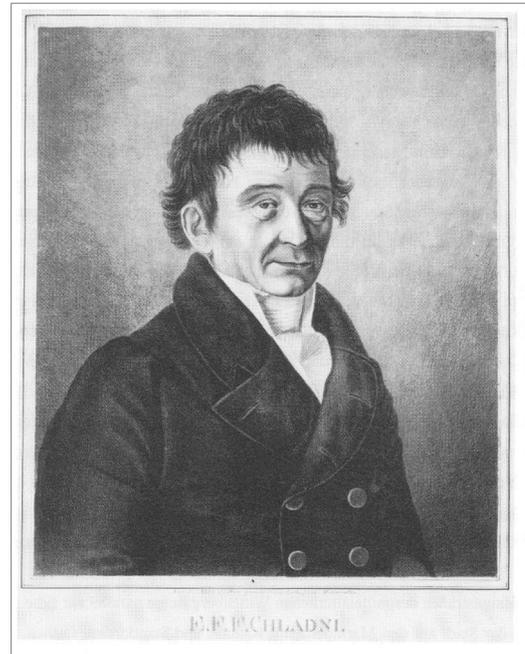
Em 30 de Novembro de 1756, na cidade de Wittenberg, na Alemanha, nasceu **Ernst Florens Friedrich Chladni**, primeiro filho de Ernst Martin e Johanna Sophia. O pai, um jurista, professor e reitor da Universidade de Wittenberg, logo de início imaginou o filho seguindo seus passos e com apenas um ano de idade fez a reserva de sua matrícula na universidade.

Quando Ernst tinha três anos nasceu sua irmã Ernestine, mas esta veio a falecer com apenas 5 meses de vida. Sua mãe, alguns anos mais tarde, em 1761, também faleceu e o pai casou-se novamente, mas não teve filhos com a segunda esposa. No fim de sua vida em um artigo autobiográfico e Chladni

escreve: "... Meu pai me teve como filho único e sempre me tratou com carinho. Proporcionando-me uma boa educação através de habilidosos professores particulares. Eu era, entretanto, bem vigiado sob seus olhos e mantido em um ambiente fechado com poucas oportunidades de brincar ao ar livre com outros meninos da minha idade. Já naquela época eu sentia esse recolhimento e zelo excessivo, como não necessário e inadequado à minha pessoa, pois por natureza eu era regrado, me aplicava com dedicação às minhas tarefas e tinha a capacidade de me auto determinar."

Os assuntos preferidos de Chladni eram as ciências naturais, em especial a geografia e a astronomia e também como ele nos conta: "...a arte dos sons, mas só me foi permitido estudar algo sobre ela quando tinha 19 anos, pois se pensava que isto me desviaria das minhas obrigações."

Entre os anos de 1771 e 1774 Chladni foi enviado a escola pública de Grimma, conforme a tradição da família, mas lá não residia no alojamento como os demais alunos, ficando hospedado na casa do professor de Línguas Antigas, onde era mantido sob vigilância, ainda mais do que na casa paterna. Em Grimma, Chladni foi certamente influenciado por professores que além de suas especialidades eram conhecidos como bons músicos o que contribuía para a ótima fama da escola.



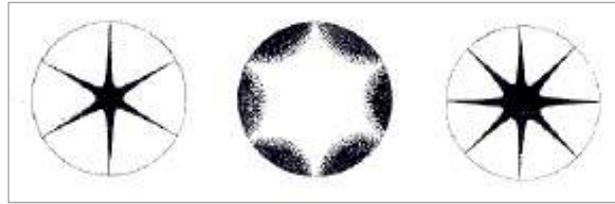
Voltando a Wittenberg e seguindo o desejo do pai, iniciou o estudo de Direito embora sentisse que esta não era sua inclinação. Em 1778, o jovem Chladni conseguiu uma transferência para a Universidade de Leipzig, com isso obteve um pouco mais de espaço próprio longe dos olhos do pai. Em Leipzig, encontrou um ambiente propício para seus reais interesses, que se manifestavam com cada vez mais força. Pode iniciar seus estudos de piano e adentrar o estudo da música por meio de leituras e frequentando concertos. Completando a situação, o então reitor era o físico Christlieb Benedikt Funk que também era mestre capela da Nikolaikirche e bastante dado ao estudo de questões acústicas. Em 1782, com duas dissertações, uma filosófica e uma jurídica, conclui Chladni seus estudos em Leipzig e retorna a Wittenberg onde, no mesmo ano, seu pai veio a falecer.

Após a morte do pai Chladni encontrava-se em uma situação financeira delicada e, sobretudo, sentia-se responsável por sua madrasta. Isso fez com que assumisse um cargo como docente na faculdade de direito. Mas logo seus interesses científicos fizeram com que ele se voltasse a outros campos. De início ele ainda tratava assuntos jurídicos, mas já em 1784 ministrou cursos sobre geometria, em seguida matemática geográfica, em 1786 divulgou seus primeiros estudos sobre teoria musical e em 1790 sua "teoria físico-matemática da música" (*Theoriam Musices physico-mathematicam exponet, eamque experimentis, partim ab ipso inuentis partim iam antea notis, illustrabit*).

Desde 1782 Chladni realizava experimentos no campo da acústica em sua casa e especialmente lhe interessavam os fenômenos relacionados às superfícies vibratórias até então pouco estudadas. Estudava os escritos de seus antecessores especialmente Euler (1707-1783), Bernoulli (1700-1783) e Riccati (1709-1790) e procurava refazer seus experimentos. Entre os diversos instrumentos de investigação, Chladni, após muita procura, passou a servir-se do arco do violino, seguindo uma descrição de Johann N. Forkel (1749-1818) de como este poderia ser usado para tocar a "Harmônica de Vidro"<sup>1</sup>. A idéia de tornar visíveis os fenômenos vibratórios veio do conhecimento dos experimentos de Georg C. Lichtenberg (1742-1799) onde uma descarga elétrica se torna visível em uma superfície coberta com óxido vermelho de chumbo e pó de enxofre. Nas palavras do próprio Chladni: "...isso também deve ser possível: que diferentes modos de vibração de um corpo se mostrem em diferentes formas uma vez que se espalhe algo sobre eles". Assim experimentou com placas de metal e vidro cobertas de areia fina e observou como diversas figuras se formavam. Este fenômeno ele mesmo denominou de "Figuras Sonoras" às quais dedicou intensos estudos. Publicou em 1787, em Leipzig, o resultado desta pesquisa sob o título "Entdeckungen über die Theorie des Klanges" (Descobertas sobre a teoria dos sons) ilustrado com 166 figuras.

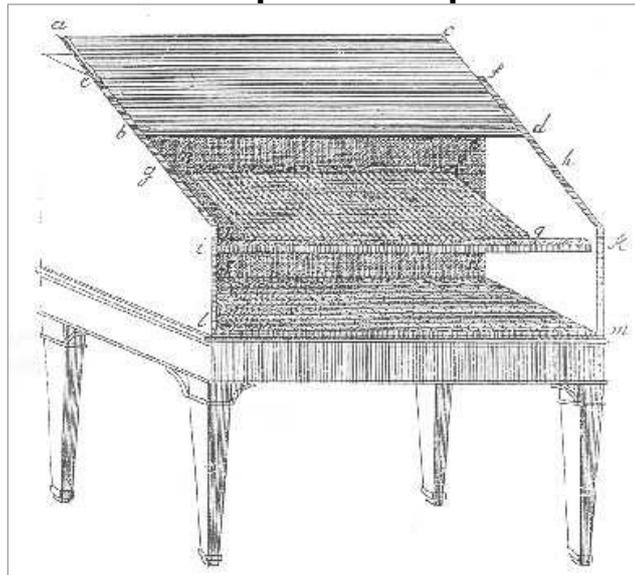
---

<sup>1</sup>Instrumento bastante popular na época, constituído de "tigelas" de vidro fixadas a um eixo rotatório. Normalmente se tocava encostando os dedos úmidos nas suas bordas em movimento.



Desde o início Chladni se ocupou com as aplicações práticas do seu estudo, especialmente no campo da construção de instrumentos. Concebeu e construiu em 1790 seu primeiro "Euphon" que se constituía de uma série de lâminas de metal acopladas a uma caixa acústica e acionadas por bastões de vidro presas a elas. Podia-se tocá-lo com os dedos úmidos roçando sobre bastões de vidro. Estes põe em vibração lâminas de ferro afinadas presas a uma caixa de ressonância.

#### Chladni primeiro Euphon



Para captarmos melhor o espírito com que Chladni trabalhava vale a pena conhecer as premissas que ele mesmo se impôs para o desenvolvimento deste instrumento:

- 1- *A construção deve ser o mais simples possível*
- 2- *Precisa ser durável de suportar bem o transporte*
- 3- *Cada parte deve ser facilmente removível e recolocada*
- 4- *Não se deverá ouvir ruídos paralelos*
- 5- *Os tons devem ter afinação e intensidade constantes*
- 6- *A resposta dos tons deve ser leve*
- 7- *Será uma vantagem se o instrumento não perder a afinação*
- 8- *Possibilidade de ser construído em diversos tamanhos e configurações.*

Juntamente com os aspectos técnicos e práticos ele concebeu a estética adequada à técnica de execução e sonoridade do instrumento. "...frases rápidas, mesmo que muito exercitadas, não terão tanto efeito quando frases lentas e expressivas. Neste instrumento, talvez mais do que em qualquer outro, as frases cantáveis soarão altamente expressivas graças a ação direta dos dedos, sem a intermediação de um mecanismo."

Em 1791 Chladni deu início a um intenso período de viagens por toda a Europa, fazendo demonstrações públicas e privadas das suas famosas "Figuras Sonoras", se apresentando ao "Euphon" e mais tarde ao "Clavicylinder" (um desenvolvimento do "Euphon" acionado por um teclado). Em 1809, em uma de suas estadas em Paris, foi convidado por Napoleão Bonaparte para apresentar-se particularmente perante o imperador. Este tinha grande interesse em questões matemáticas e não he tinha passado despercebida a publicação do livro "Die Akustik". Na manhã seguinte ao encontro, Napoleão destinou 6000 Francos para o trabalho de tradução do livro para o francês.



**Chladni apresenta suas Figuras sonoras em Regensburg - 1800**

Chladni trabalhou intensamente, sempre mantendo sua liberdade e autonomia até os últimos dias de sua vida. Fez grandes descobertas pesquisando tubos de órgão preenchidos com diversos tipos de gases e pode com isso compreender e formular leis sobre a propagação e velocidade do som. Investigou a ressonância de salas de concerto e elaborou teorias sobre

o comportamento do som e a acústica de espaços fechados. Dedicou-se também ao estudo dos meteoritos, sendo um dos primeiros a atribuir-lhes origem celeste. Faleceu aos 70 anos, supostamente de derrame cerebral, no dia 3 de Abril de 1827 em Breslau. Por sua obra e pioneirismo é tido hoje como o pai da acústica.

Suas principais obras são:

1787 - "Entdeckungen über die Theorie des Klanges" (Descobertas sobre a teoria dos sons)

1802 - "Die Akustik" (A Acústica)

1817 - "Neue Beyträge zur Akustik" (Novas contribuições para a acústica)

1819 - "Ueber Feuer-Meteore, und die mit denselben herabgefallenen Massen" (Sobre Meteoros de fogo e massas caídas com eles)

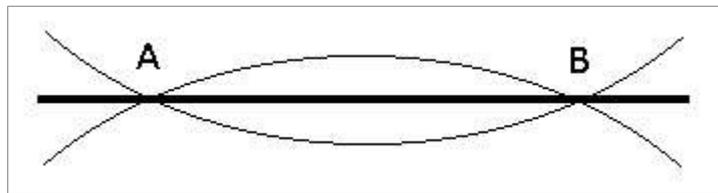
Fonte: Ullmann, Dieter - Chladni und die Entwicklung der Akustik von 1750 - 1860 - Birkhäuser Verlag - Basel 1996

## 2- Considerações sobre aspectos físicos e acústicos das figuras.

A pergunta natural ao nos depararmos com este fenômeno é: Porque surgem estas figuras? Qual a lei que as determina?

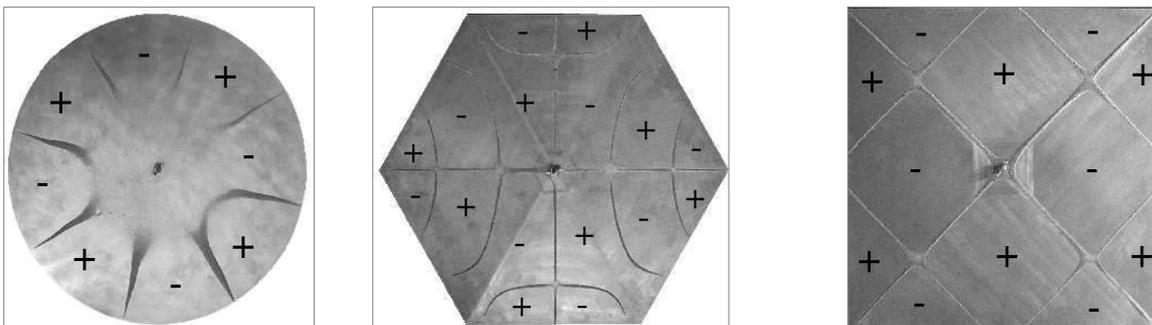
Para responder a estas perguntas consideremos o seguinte:

Vibração é movimento. Não qualquer movimento, mas um movimento regular e constante. Se representarmos de forma esquemática uma lâmina de metal, vidro ou madeira vista de lado ao vibrar, veremos que ela oscila longitudinalmente da seguinte forma:



Enquanto as extremidades e o centro sobem e descem inversamente, os pontos A e B se mantêm no mesmo lugar e se comportam como eixos do movimento. Estes pontos são chamados **pontos nodais**. Se imaginarmos alguma substância que estivesse sobre esta lâmina veríamos que ela seria conduzida pelo movimento a se acomodar nos pontos nodais; que são os pontos de menor movimento, ou de repouso, na superfície. O resultado seria, com o tempo, que toda a substância se acumularia nestes dois pontos.

As placas obedecem ao mesmo princípio, só que se comportam de forma bem mais complexa. Não temos mais simplesmente pontos nodais, mas sim **linhas nodais**. As linhas são aqui, os pontos médios e de repouso entre os vales e montanhas da topografia vibracional da placa. Devemos imaginar que duas áreas vizinhas, separadas por uma linha, estão sempre se movendo em direção oposta ao vibrar; enquanto uma esta subindo o outra esta descendo.



Nestas figuras as áreas indicadas com + ou - estão se movendo inversamente.

Uma placa tem o que chamamos **modos de vibração**. Podemos entender isso como sendo as muitas maneiras que ela tem de se acomodar a um movimento. Estes modos são determinados pela forma, material, espessura e capacidade elástica da placa, bem como pela frequência em que ela é levada a vibrar. Disso resulta que um grande número de figuras podem ser obtidas com uma mesma placa. Naturalmente à cada um desses modos está associada uma frequência de vibração e conseqüente altura tonal. Neste sentido ao investigarmos uma placa logo percebemos duas leis importantes:

- 1- Mantendo-se as condições da placa, uma mesma figura esta sempre associada a um mesmo tom.
- 2- Tons mais agudos geram figuras mais complexas e um maior número de linhas nodais. Tons mais graves geram figuras mais simples e um menor número de linhas nodais.

Na parte 5 desta apostila estão registrados alguns dos modos de vibração das placas, suas figuras e respectivas frequências.

### 3- Considerações sobre a apresentação didática do experimento.

Acreditamos que este experimento tem um alto valor pedagógico e pode atuar de forma marcante em quem o assiste. No currículo das escolas que adotam a pedagogia Waldorf, ele é apresentado dentro do estudo da acústica no 6º ano escolar, isto é, para crianças de 12 anos. É interessante notar que não é a explicação racional, como aqui apresentada na parte 2, que fascina os jovens alunos, esta no caso deve até ser deixada de fora. O mais importante é o que desperta em sua alma enquanto relação misteriosa entre o som e a configuração das formas. É a magia de ver algo sutil como o som, plasmando e ordenando a substância. Acreditamos que a condução correta deste experimento com crianças (e até certo ponto, mesmo com adultos) é deixar com que a observação seja aguçada e o espírito inquiridor possa ser atizado a trabalhar livremente. Notamos que se a observação pura é deixada trabalhar, as leis do fenômeno podem nascer internamente no observador. Especialmente no caso das crianças, pode ser uma benção deixar com que elas fiquem com o sentimento de deslumbramento e admiração em sua alma e só bem mais tarde cheguem a descobrir por si mesmas a lógica de tudo.

As analogias que surgem ao observarmos estes fenômenos são muitas e apontam para a atuação poderosa do som como estruturador da matéria. Podemos facilmente imaginar que por de traz de cada forma na natureza e configuração da substância, existe um som. A gênese sonora do mundo, presente em tantas mitologias, passa a ser uma hipótese real de trabalho para quem se dedica ao estudo das forças criadoras da vida e do universo.

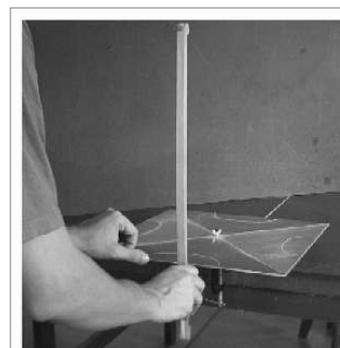
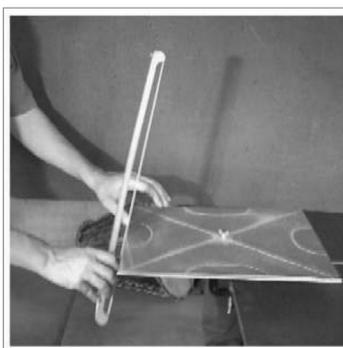
## 4- Instruções para confecção e montagem das placas e execução das figuras.

As placas para se demonstrar as figuras de Chladni, podem ser de diversos materiais: vidro, aço, latão, alumínio, etc.

A experiência tem mostrado que as placas de alumínio são as mais fáceis de fazer e utilizar. Uma boa medida é um quadrado 40 x 40 cm com 3mm de espessura. Basta ter um furo central por onde se fixa a placa num parafuso e este parafuso pode ficar preso em uma morsa ou bancada deixando a placa livre para vibrar.

### Execução das figuras

- Passe breu na crina do arco correndo sobre esta com leve pressão
- Espalhe uma camada fina e homogênea de areia sobre a placa.
- Friccione a placa como arco perpendicular a esta, buscando um movimento contínuo ao subir e ao descer e procurando obter um tom constante.
- Ao surgimento do som, os grãos de areia devem começar a se mover e formar uma figura sobre a placa. Mantenha a execução até a figura se formar completamente.
- Isso pode requerer um pouco de treino, mas com a prática você conseguirá um tom pleno e uniforme e belas figuras.



Uma forma de se obter mais facilmente as diversas figuras de uma placa, é colocar um dedo em um ponto na borda da placa e ali induzir uma linha nodal. Dependendo de onde se coloca o dedo e sua relação com o ponto onde o arco toca a placa, consegue-se obter os diversos modos de vibração e com isso diferentes figuras.

Estes procedimentos são válidos para todas as placas.  
Bons estudos e boa diversão!

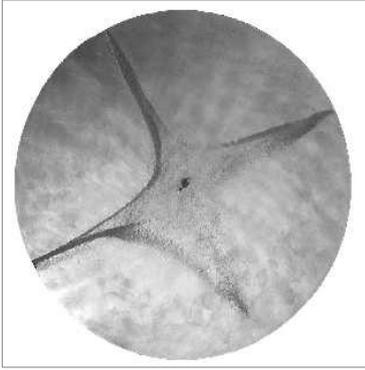
**Atenção: nunca force diretamente a placa sob risco de danificá-la.**

## 5- Imagens de figuras e suas respectivas frequências.

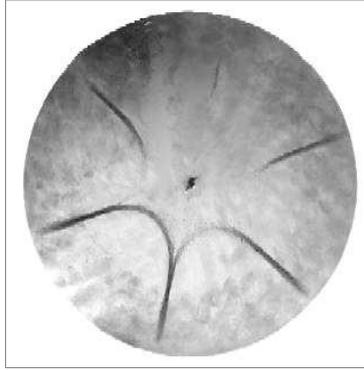
Ao relacionarmos as figuras com as frequências, devemos lembrar que, a figura é um resultado da interação de uma dada frequência com a forma, dimensão, espessura, material da placa e a substância espalhada sobre ela. Qualquer alteração em um destes parâmetros, alterará a figura final. Portanto não podemos dizer que estamos vendo a "forma da frequências" ou "a forma do som" de modo absoluto, mas o resultado particular de um certo conjunto de fatores. Mantendo-se os parâmetros inalterados, teremos sempre as mesmas figuras. Uma mesma figura pode aparecer em placas de dimensões diferentes sob frequências diferentes. E uma mesma frequência pode gerar figuras diferentes em placas diferentes.

As figuras aqui apresentadas estão ordenadas ascendentemente por frequência. Anotamos também o tom e seu desvio da escala temperada em cents (100 cents =  $\frac{1}{2}$  tom).

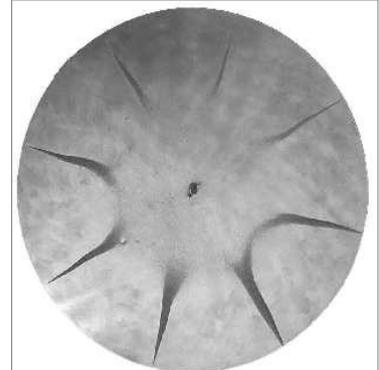
Placa redonda - alumínio 3mm, 41cm de diâmetro



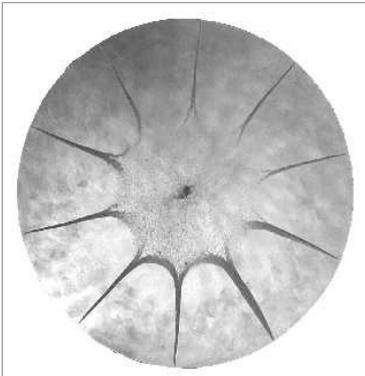
91,43 Hz F# -20 cents



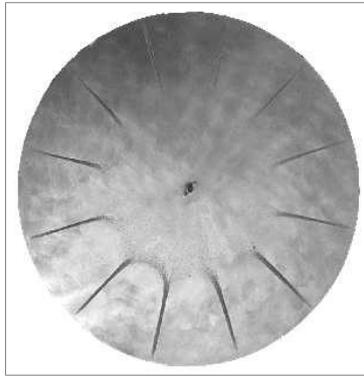
215,22 Hz A -38 cents



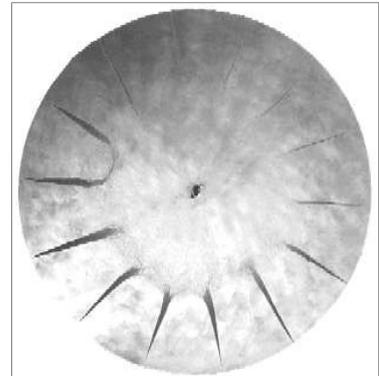
376,46 Hz F# +30 cents



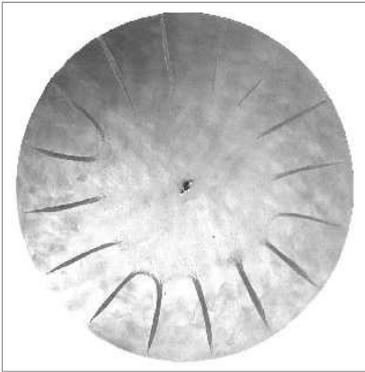
577,23 Hz D -30 cents



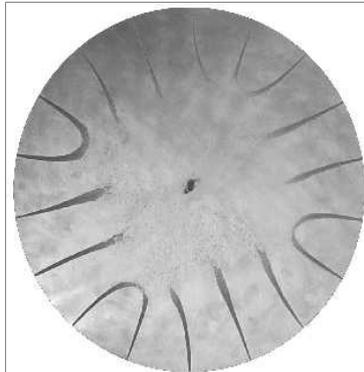
817,28 Hz G# -28 cents



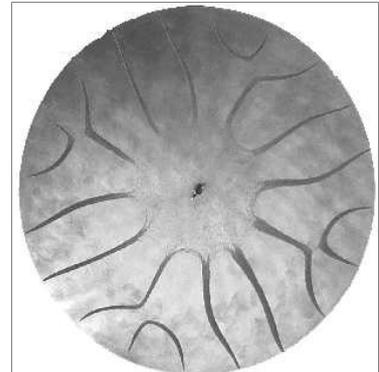
1102,34 Hz C# -10 cents



1411,51 HZ F +18 cents

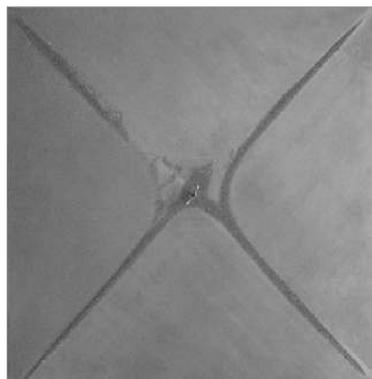


1765,09 Hz A +5 cents

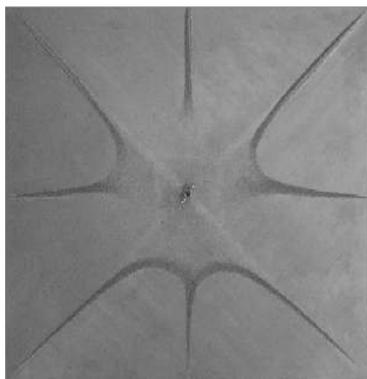


2149,35 Hz C +46 cents

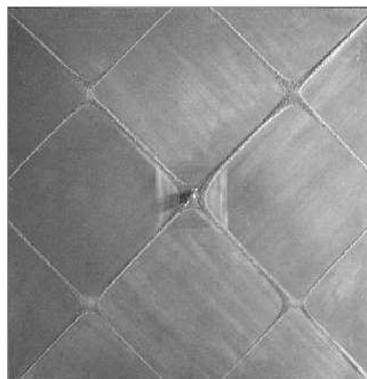
## Placa Quadrada - alumínio 3mm, lado de 40cm



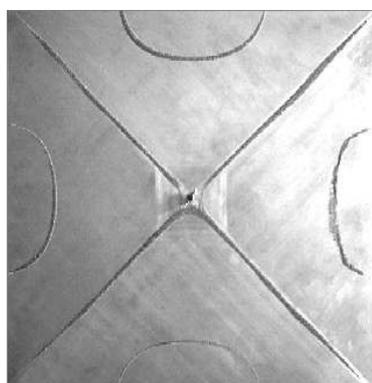
92.17 Hz F# -6 cents



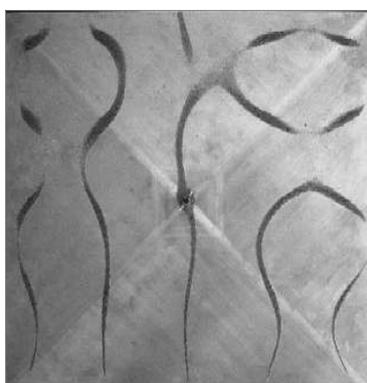
317,48 Hz Eb +35 cents



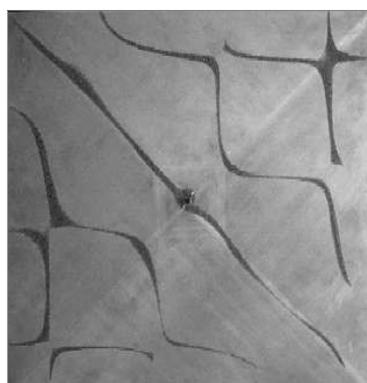
546.42 Hz -25 cents



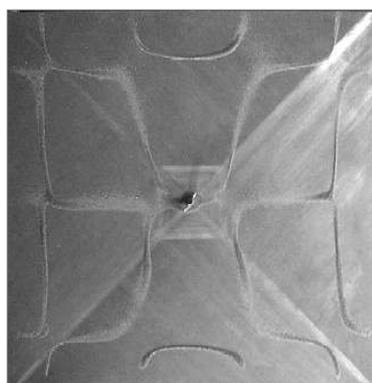
741.27 Hz F# +3 cents



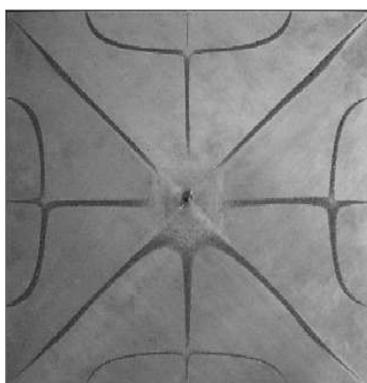
944.25 Hz Bb +22 cents



990.05 Hz B +4 cents



990.05 Hz B +4 cents

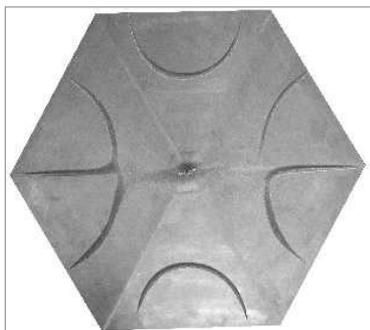


1337.69 Hz E +25 cents

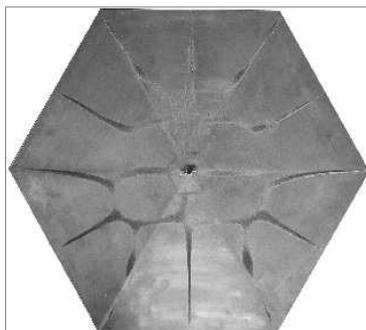


1371.33 Hz F -32 cents

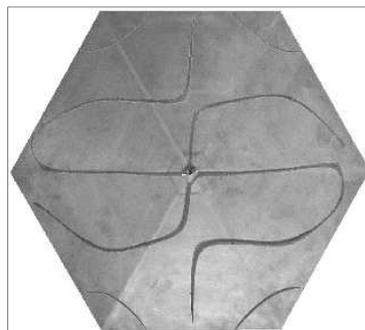
Placa hexagonal - alumínio 3mm, 48cm de diâmetro



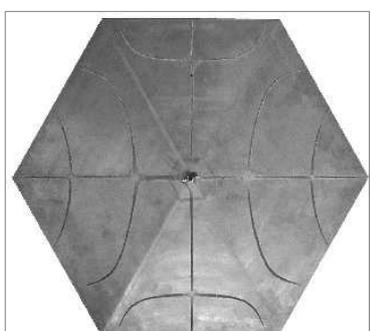
523,55 Hz C +1 cents



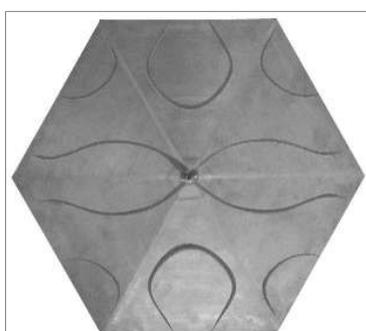
740,41 Hz F# +1 cents



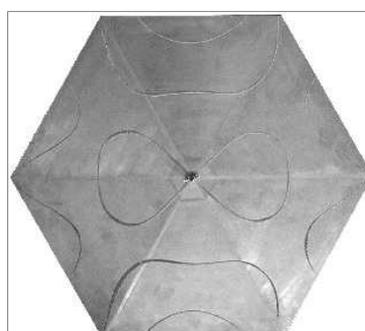
1061,11 Hz C +24 cents



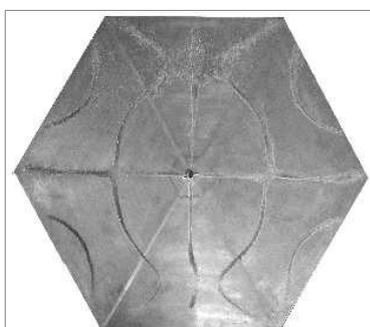
1153,15 Hz D -32 cents



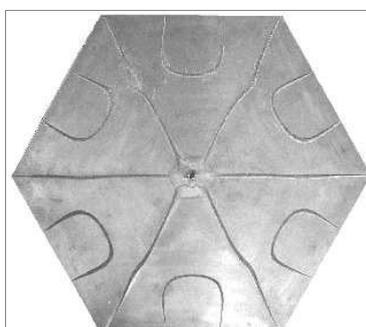
1233,77 Hz Eb -15cents



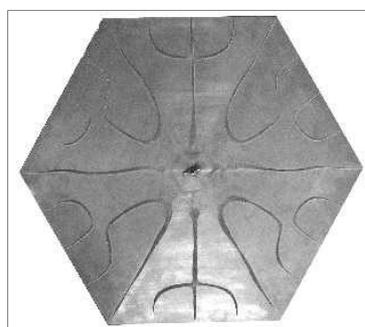
1437,85 Hz F + 50 cents



1458,76 Hz F# -25cents



1577,07 Hz G +10 cents



2695,54 Hz E +38 cents